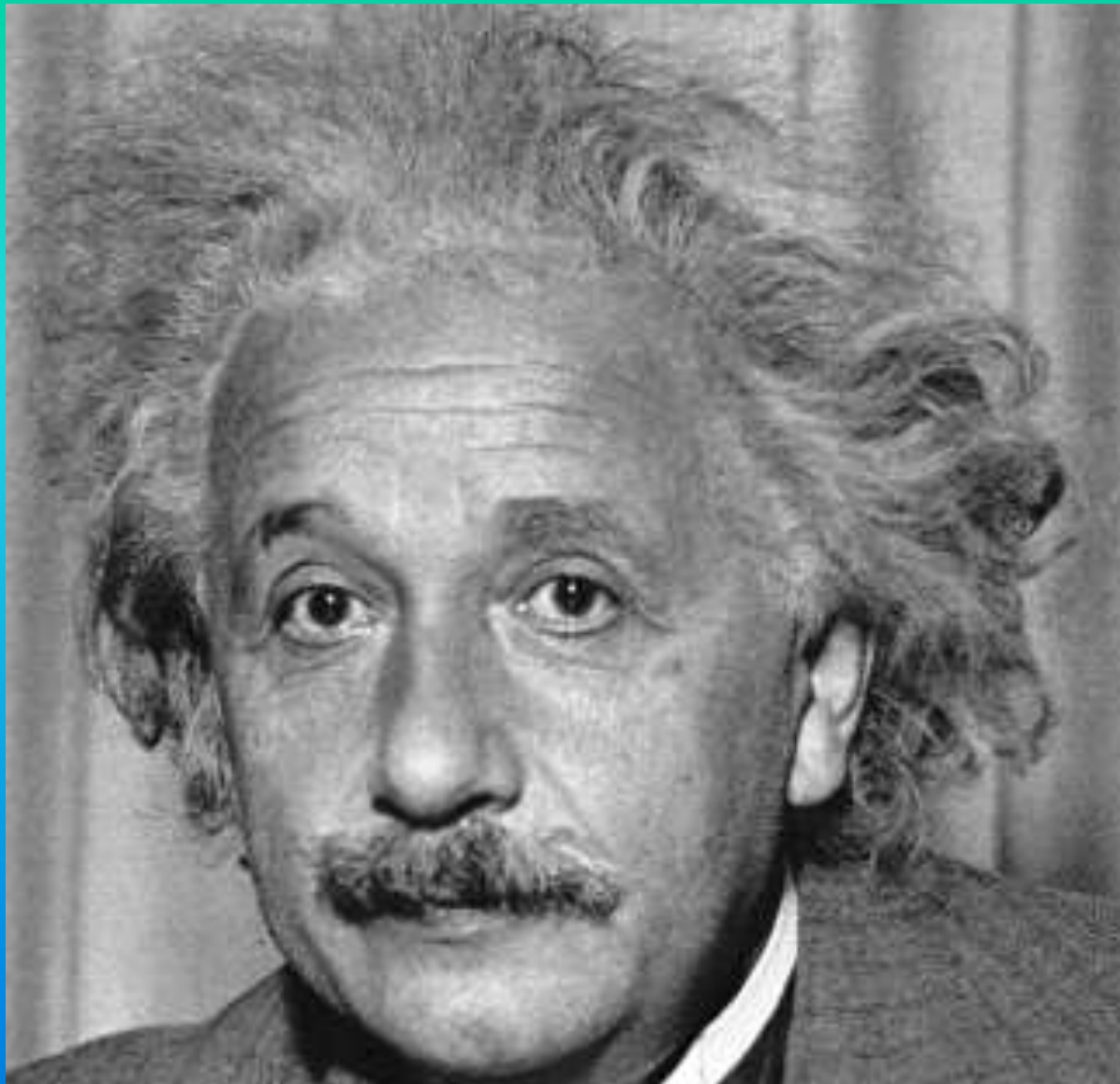


Teorie relativity





Albert Einstein
14.03. 1879 – 18.04. 1955
nejvýznamnější fyzik 20. století...



Teorie relativity

- Platí při vysokých rychlostech nebo pro velké hmotnosti
- Dělí se na:
 - speciální (STR)
 - $a=0$, platí jen pro IVS
 - obecnou (OTR)
 - Platí všeobecně

Speciální teorie relativity (1905)

- STR se zabývá jevy v inerciálních vztažných soustavách.
- Inerciálních soustav jsou takové, v nichž platí Newtonovy pohybové zákony.
- Tzn. žádné těleso se v nich „samo od sebe“ neuvede do pohybu (zákon setrvačnosti).
- Rovněž ke každé akci najdeme reakci, tzn. ke každé síle najdeme těleso, které ji způsobilo (zákon akce a reakce).
- Je-li nějaká soustava inerciální, tak jsou rovněž inerciální všechny soustavy, které jsou vůči ní v klidu anebo rovnoměrném přímočarém pohybu. 



- V IVS platí mechanický (Galileiho) princip relativity:
 - Ve všech inerciálních soustavách platí tytéž zákony klasické mechaniky.
- Tzn. žádnými mechanickými pokusy konanými uvnitř soustavy nelze zjistit, zda je tato soustava v klidu anebo rovnoměrném přímočarém pohybu.
- Žádná inerciální soustava tedy není nijak výjimečná, žádná není „lepší“ anebo „horší“, všechny jsou rovnocenné a pro fyzikální popis stejně vhodné.

STR je založena na dvou principech:

- **principu relativity**
- **principu stálé rychlosti světla**

Princip relativity

- Einstein si uvědomil, že vůbec žádnými pokusy, tj. mechanickými, optickými ani elektromagnetickými, nelze rozhodnout, zda daná soustava je v klidu anebo rovnoměrném přímočarém pohybu.
- Einsteinův princip relativity:
 - Ve všech inerciálních soustavách platí stejné fyzikální zákony.
 - Neboli: žádnými ~~mechanickými~~ pokusy konanými uvnitř soustavy nelze zjistit, zda je tato soustava v klidu anebo rovnoměrném přímočarém pohybu.

Princip stálé rychlosti světla

- Tímto principem Einstein vysvětlil [Michelsonův experiment](#)
 - Ten měl dát odpověď na otázku, jak rychle se pohybuje světelný éter vůči Zemi.
- Fyzikové 19. století byli velmi překvapeni, když zjistili, že rychlost světla ve vakuu ($c=3 \cdot 10^8$ m/s) nelze vůbec ovlivnit pohybem zdroje světla anebo měřící aparatury, tzn. že **rychlost světla se neskládá s žádnou jinou rychlostí**
- Neexistuje tedy inerciální vztažná soustava, v níž by se světlo pohybovalo např. rychlostí 100 000 km/s anebo bylo dokonce v klidu.
- Podle tohoto principu má tedy **rychlost světla ve vakuu ve všech inerciálních soustavách stejnou hodnotu.**

Důsledky STR

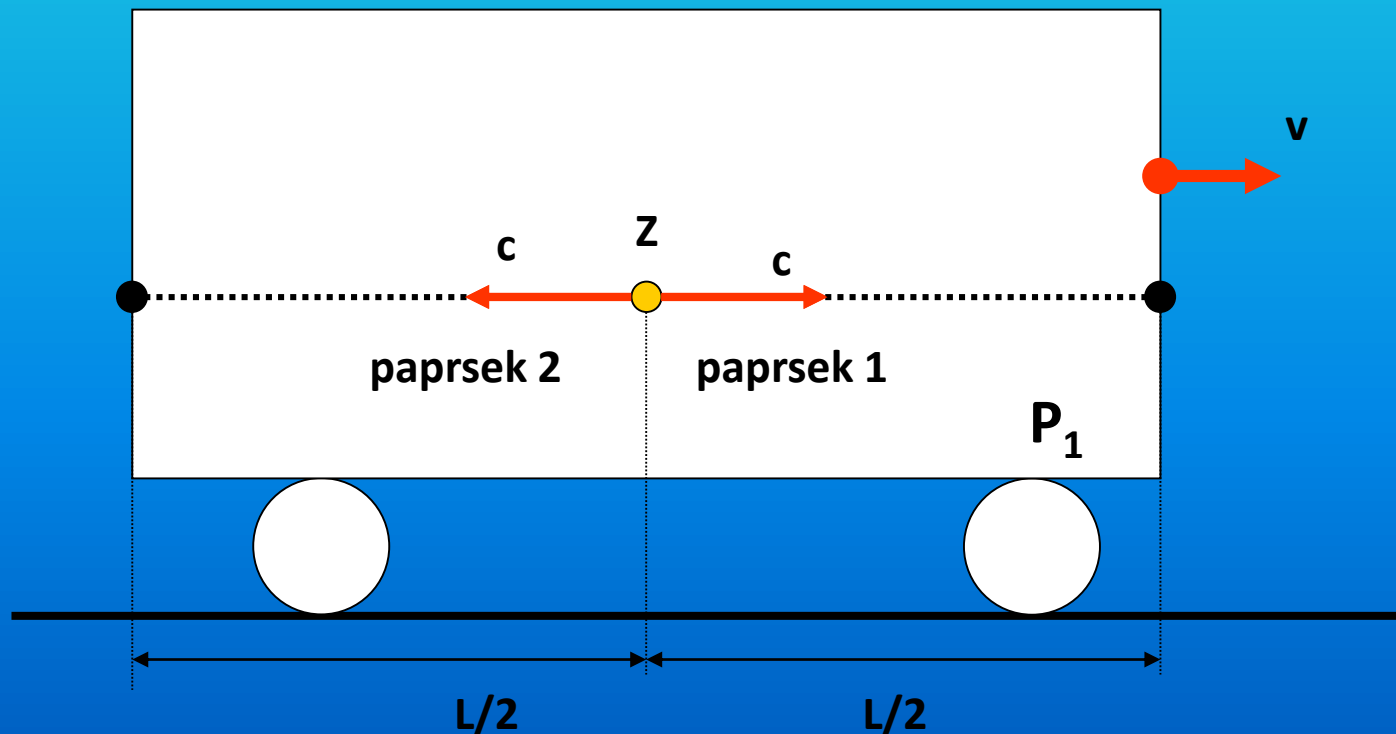
- Einstein se nyní začal zabývat otázkou, jaké mají tyto principy logické důsledky.
- Přitom objevil následující relativistické jevy.
 - Relativita současnosti
 - Relativita souměrnosti
 - Kauzalita (relativita pořadí jevů)
 - Dilatace času
 - Kontrakce délek
 - Relativistická hmotnost
 - Ekvivalence hmotnosti a energie
 - Skládání rychlostí

Relativita současnosti

- Dva jevy současné v jedné soustavě nejsou současné v jiné soustavě.
- Tzn. dva pozorovatelé se nemusí nutně shodnout na tom, co současné je a co není.
- Situace:
 - Uprostřed pohybujícího se vagónu je zdroj světla, který ve stejném okamžiku vyše dva světelné paprsky proti jeho přední i zadní stěně.

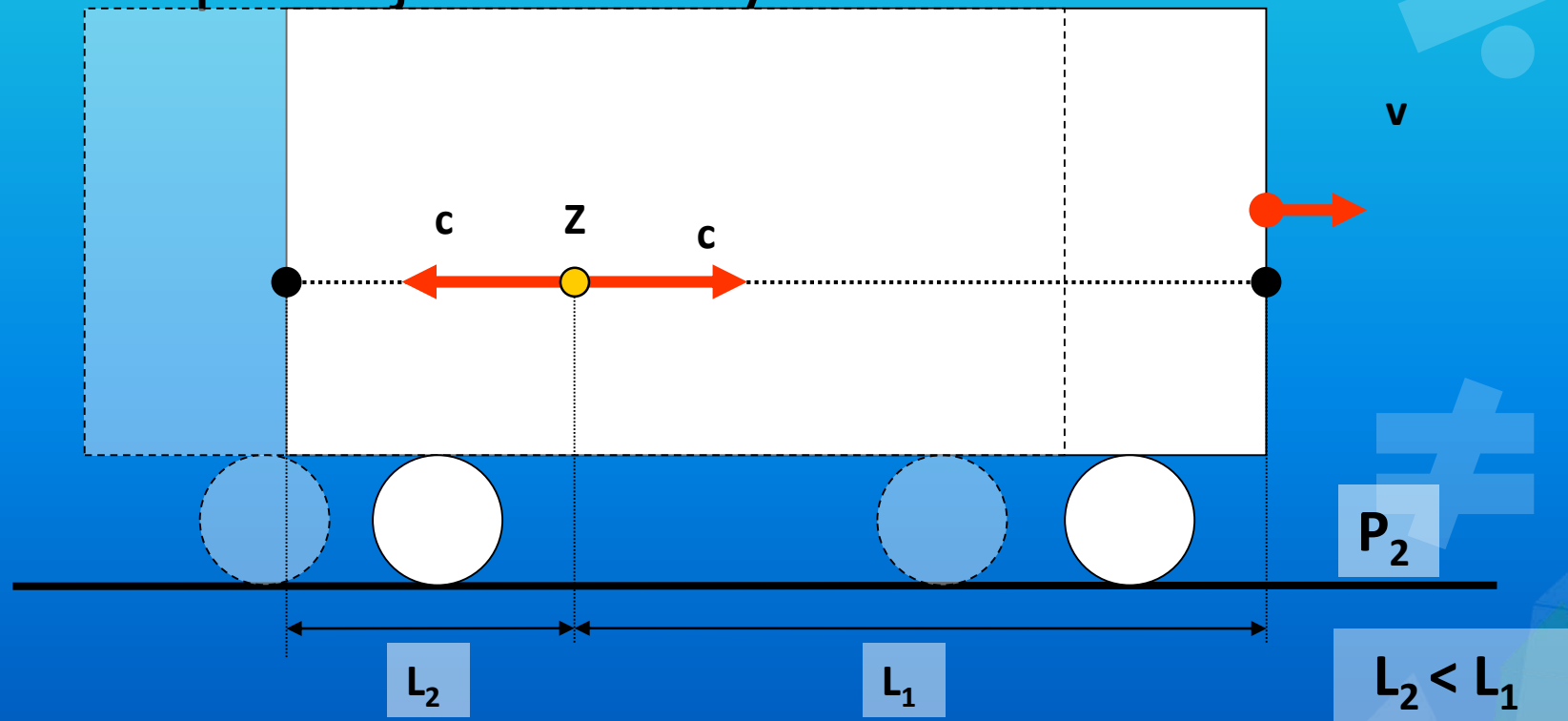
Relativita současnosti

- Pro pozorovatel P_1 , který je ve vagónu, dopadnou na obě stěny současně, protože stejnou rychlostí c urazily stejnou dráhu.



Relativita současnosti

- Vůči pozorovateli P_2 mimo vagón se oba paprsky opět pohybují rychlostí c . Ale první z nich musí stěnu dobíhat, kdežto druhému jde stěna naproti.
- Protože první musí urazit větší dráhu, dopadne na stěnu později než druhý.



Relativita současnosti

- Události současné pro pozorovatele P_1 nejsou současné pro pozorovatele P_2 .

Relativita souměstnosti

- Pokud pozorovatel P_1 pozoruje 2 události jako souměstné (proběhly na stejném místě), nemusí to stejně pozorovat pozorovatel P_2 v jiné IVS.
- Odraz míčku od podlahy vzhledem k pozorovateli v místnosti a ve vesmíru

Kauzalita (relativita pořadí jevů)

- Jestliže v jedné soustavě následuje jev B po jevu A, pak v jiné soustavě může být jejich pořadí opačné.
- To však platí pouze pro události „dostatečně prostorově vzdálené“ následující „těsně po sobě“.
- Pořadí událostí se ale nezmění pro žádného pozorovatele, pokud mezi nimi uplyne více času než potřebuje světlo k uražení vzdálenosti mezi nimi.
- Proto se nikdy „neprohodí“ příčina a následek, k čemuž by došlo pouze tehdy, kdyby existoval nějaký signál šířící se nadsvětelnou rychlostí.

Kauzalita

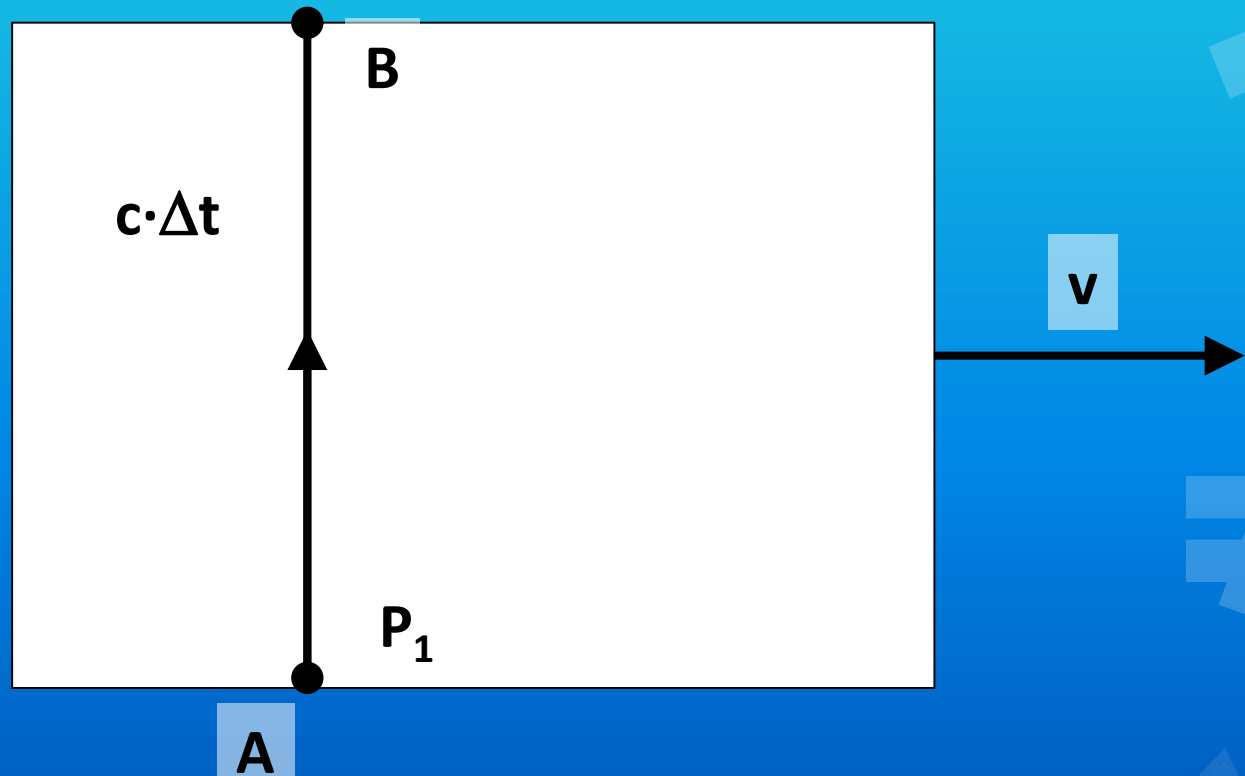
- Závěr 1:
 - Žádný objekt nemůže překonat rychlost světla, protože by byl porušen princip kauzality, tj. příčina by následovala až po následku.
- Závěr 2:
 - Nelze cestovat do minulosti.

Dilatace času

- Čas je relativní, tzn. v různých inerciálních soustavách může plynout různě.
- To se projevuje tak, že hodiny, které se vůči pozorovateli pohybují, jdou pomaleji než hodiny, které jsou vůči němu v klidu.
- [Animace 1](#)
- [Animace 2](#)

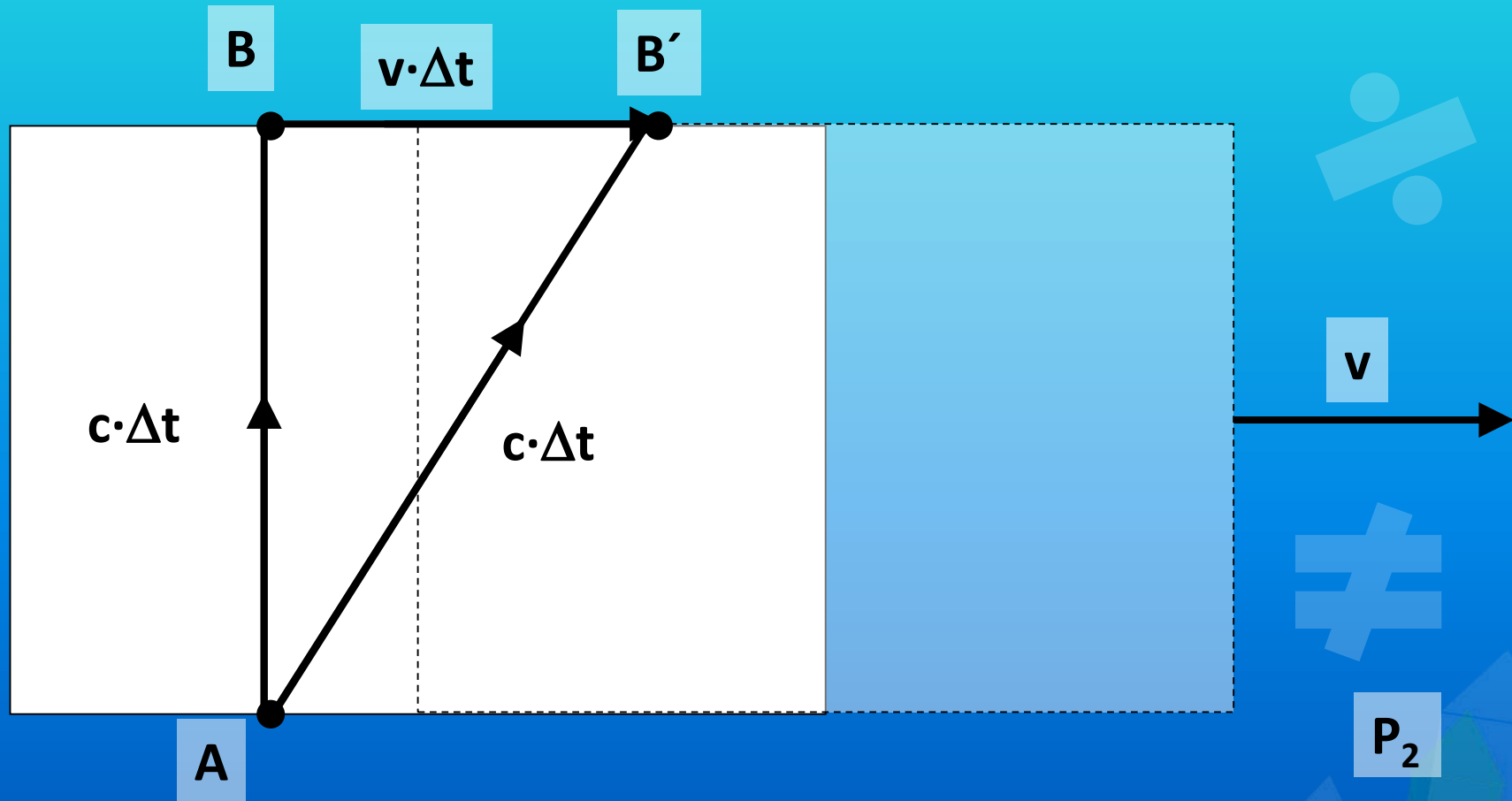
Odvození vztahu pro dilataci času:

- Situace:
 - Pozorovatel P1 v raketě pohybující se rychlostí v vyslal paprsek světla z bodu A do bodu B.
 - Světlu to trvalo dobu Δt .



Odvození vztahu pro dilataci času:

- Pro pozorovatele P2 na Zemi se však raketa mezitím posunula o $(v\Delta t)$ a paprsek se dostal do B'.



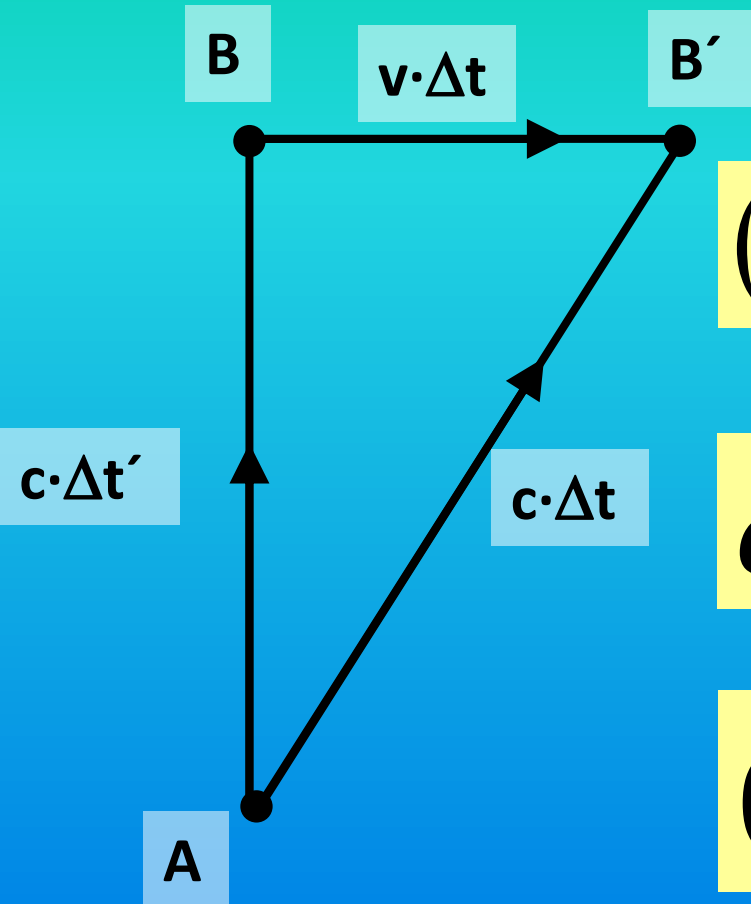
Odvození vztahu pro dilataci času:

- Trojúhelník ABB' je pravoúhlý, takže by měla platit Pythagorova věta:

$$(c \cdot \Delta t)^2 = (c \cdot \Delta t)^2 + (v \cdot \Delta t)^2$$

- To by však musela být rychlost nulová.
- Pokud platí princip stálé rychlosti světla i Pythagorova věta, tak musíme připustit, že v raketě uplynul jiný čas ($\Delta t'$) než na Zemi (Δt). 

Odvození vztahu pro dilataci času:



$$(c \cdot \Delta t)^2 = (c \cdot \Delta t')^2 + (v \cdot \Delta t)^2$$

$$c^2 \Delta t^2 - v^2 \Delta t^2 = c^2 \Delta t'^2$$

$$(c^2 - v^2) \Delta t^2 = c^2 \Delta t'^2$$

Odvození vztahu pro dilataci času:

$$\Delta t^2 = \frac{c^2 \Delta t'^2}{c^2 - v^2}$$

$$\Delta t^2 = \frac{\Delta t'^2}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}}$$

$$\Delta t^2 = \frac{\Delta t'^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$


Důsledky dilatace času

- Můžeme „cestovat do budoucnosti“.
 - Např. když v raketě pohybující se rychlostí rovné 99 % rychlosti světla uplyne jeden den ($\Delta t'$), tak na Zemi uplyne

$$\Delta t' = 1 \text{ den}$$

$$v = 0,99c$$

$$\Delta t = ?$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,99c}{c}\right)^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,99^2}} = 7,1 \text{ roku}$$

Ověření dilatace času



- Nestabilní částice kosmického záření mion se rozpadne (je-li v klidu) průměrně za $2,2 \cdot 10^{-6}$ s.
 - Pokud se však pohybuje, je průměrná doba jejího „života“ padesátinásobná.
- Když poslali atomové hodiny běžnými aerolinkami kolem světa západním směrem, zpozdily se o 270 ns oproti těm, co zůstaly na místě.
 - V opačném směru pak byl časový rozdíl 60 ns.
- Každá z 24 družic systému GPS hlásí pozemskému přijímači přesný čas a polohu.
 - Musíme však vzít v úvahu, že jejich atomové hodiny se při rychlosti 4 kms^{-1} rozcházejí s těmi pozemskými o 38 μs denně. (Pro správné fungování systému je nutná přesnost do 20 ns.)

Kontrakce délek

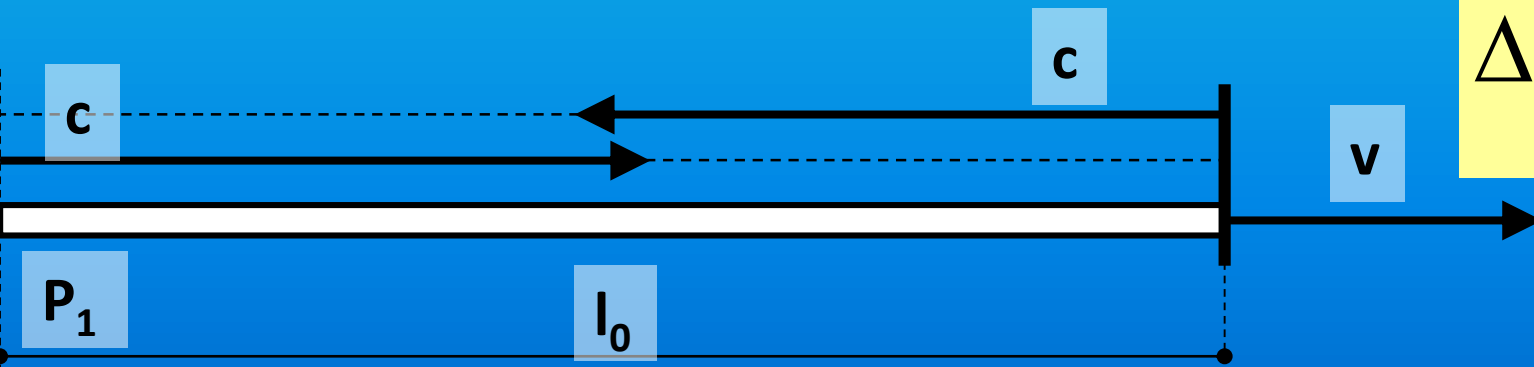
- Předmět, který se vůči nám pohybuje, je kratší (l) než když je vůči nám v klidu (l_0).

$$l < l_0$$

- Situace:

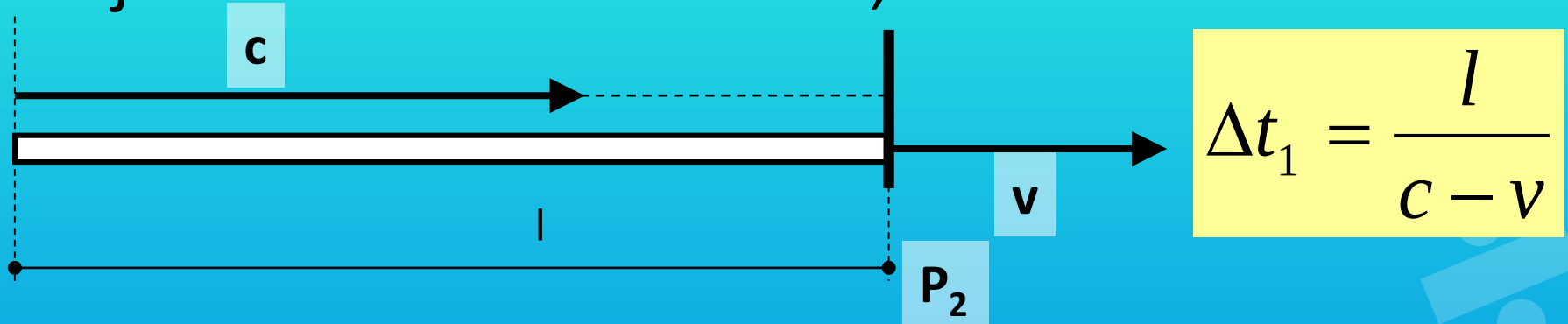
- Pozorovatel P_1 se pohybuje spolu s tyčí délky l_0 , na jejíž druhém konci je zrcátko.
- Pozorovatel vyšle světelný paprsek, který se mu po odrazu od zrcátka vrátí zpět za dobu:

$$\Delta t' = \frac{2l_0}{c}$$

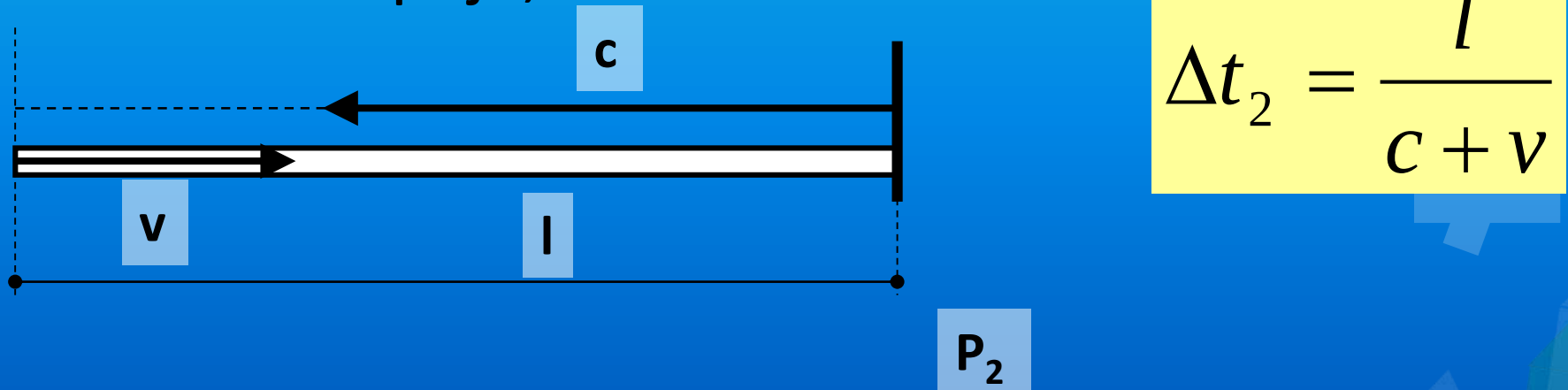


Kontrakce délek

- Pro pozorovatele P_2 na Zemi však paprsek musí nejdříve zrcátko doběhnout, což mu trvá dobu:



- Po odrazu jde paprsek počátku tyče naproti a než k němu dospěje, tak uběhne čas:



Celkem mu to tedy trvá:



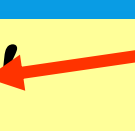
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$$

$$\Delta t = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2cl}{c^2 - v^2}$$

$$\Delta t = \frac{2cl}{c^2 - v^2}$$

$$\Delta t' = \frac{2l_0}{c}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$


$$\frac{2cl}{c^2 - v^2} = \frac{\frac{2l_0}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$


Po úpravě

$$\frac{\frac{2l}{c}}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} = \frac{\frac{2l_0}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\frac{l}{\left(\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}\right)^2} = \frac{l_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Relativistická hmotnost

- Musí existovat mechanismus, který zabrání tomu, aby těleso bylo urychleno na rychlost světla.
- Tímto mechanismem je nárůst jeho hmotnosti, tj. setrvačnosti, v závislosti na rychlosti.
- Lze dokázat, že hmotnost závisí na rychlosti tímto vztahem:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

klidová hmotnost

(hmotnost tělesa, které je vůči pozorovateli v klidu)

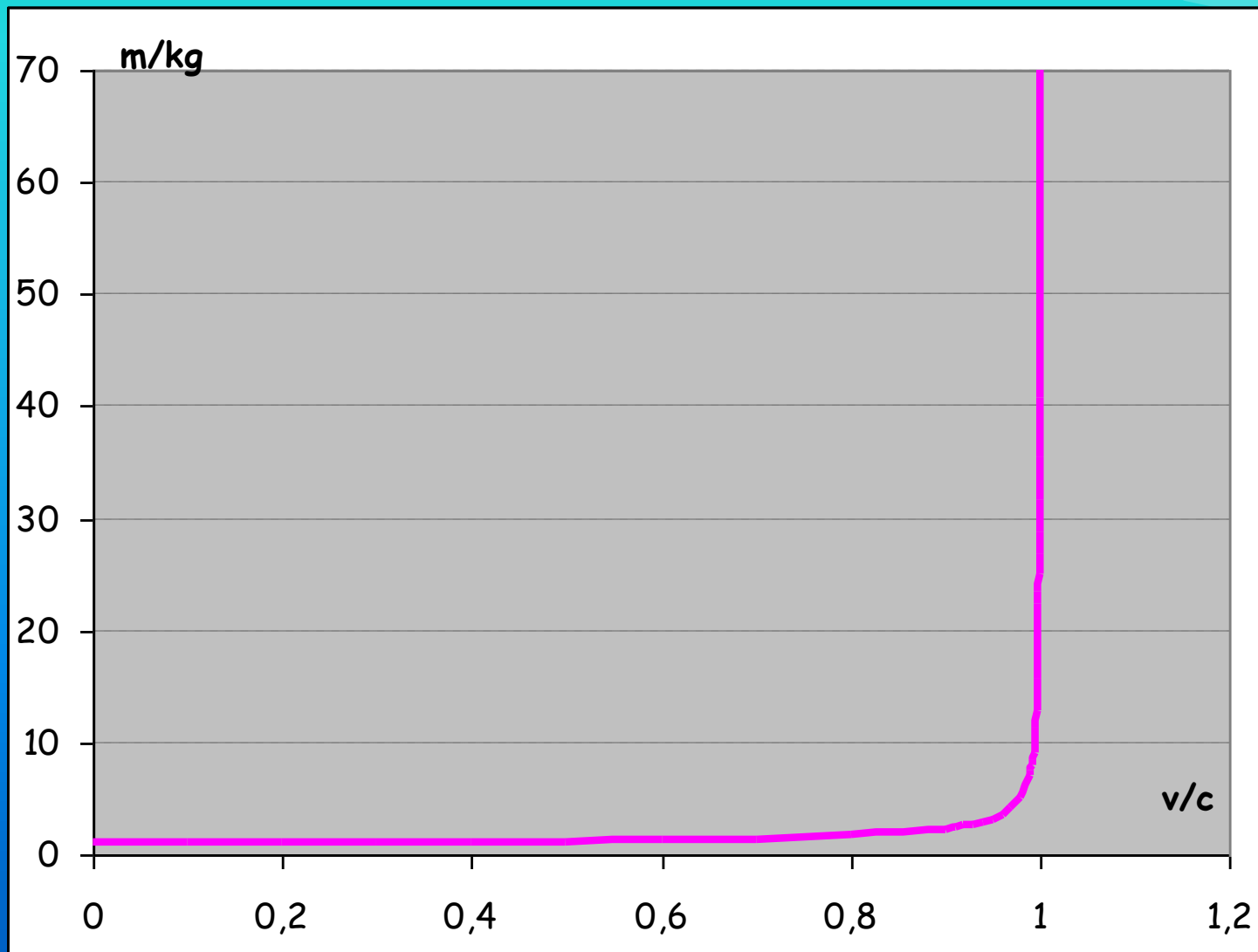
relativistická hmotnost

(hmotnost tělesa, které se vůči pozorovateli pohybuje)

Relativistická hmotnost

- Zrychlení při konstantní síle proto klesá a pohyb zrychlený se blíží rovnoměrnému.
- Se vzrůstající rychlostí roste i hmotnost tělesa; blíží-li se rychlost tělesa rychlosti světla, roste hmotnost nade všechny meze.
- Ověření vztahu pro relativistickou hmotnost:
 - Např. elektrony vyletující z urychlovače ve Stanfordu v USA rychlostí $0,9999999997c$ mají $40000x$ větší hmotnost, než kdyby byly v klidu.

Graf závislosti hmotnosti na rychlosti ($m_0 = 1 \text{ kg}$)



Relativistické skládání rychlostí

- V klasické mechanice rychlosti dvou těles pohybující se týmž směrem skládáme tak, že je sčítáme, tzn. pohybuje-li se kulička vůči vagónu rychlostí u a vagón vůči zemi rychlostí v , tak se kulička pohybuje vůči zemi rychlostí $u+v$.
$$u \oplus v = u + v$$
 „složeno“
- Toto pravidlo však v STR nemůže platit, protože výsledná rychlost tělesa by mohla překročit rychlost světla.
- A. Einstein dokázal, že dvě rychlosti se relativisticky skládají takto:

$$u \oplus v = \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$$

Relativistické skládání rychlostí

- Výsledná rychlost tak nikdy nepřekročí rychlost světla:

$$c \oplus c = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = \frac{2c}{1 + 1} = c$$

- Jestliže tedy raketa vzdalující se od Země rychlostí $0,5c$ vyšle ve směru svého pohybu sondu rychlostí $0,5c$, bude se sonda vůči Zemi pohybovat rychlostí rovné pouze :

$$0,5c \oplus 0,5c = \frac{0,5c + 0,5c}{1 + \frac{0,5c \cdot 0,5c}{c^2}} = \frac{c}{1,25} = 0,8c$$

Ekvivalence mezi energií a hmotností

- Když tělesu dodáváme energii, nemělo by se to podle klasické mechaniky nijak projevit na jeho hmotnosti.
- A. Einstein však prokázal, že každá změna energie tělesa ΔE , má za následek změnu jeho hmotnosti Δm a že platí: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$
- Mezi celkovou energií tělesa a jeho hmotností pak platí snad tento nejznámější vztah: 
- Tzn. z tělesa o hmotnosti 1 kg lze získat energii:

$$E = m \cdot c^2 = 1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ J} \quad E = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ kWh} \approx 100 \text{ miliard Kč}$$

Ověření ekvivalence mezi energií a hmotností

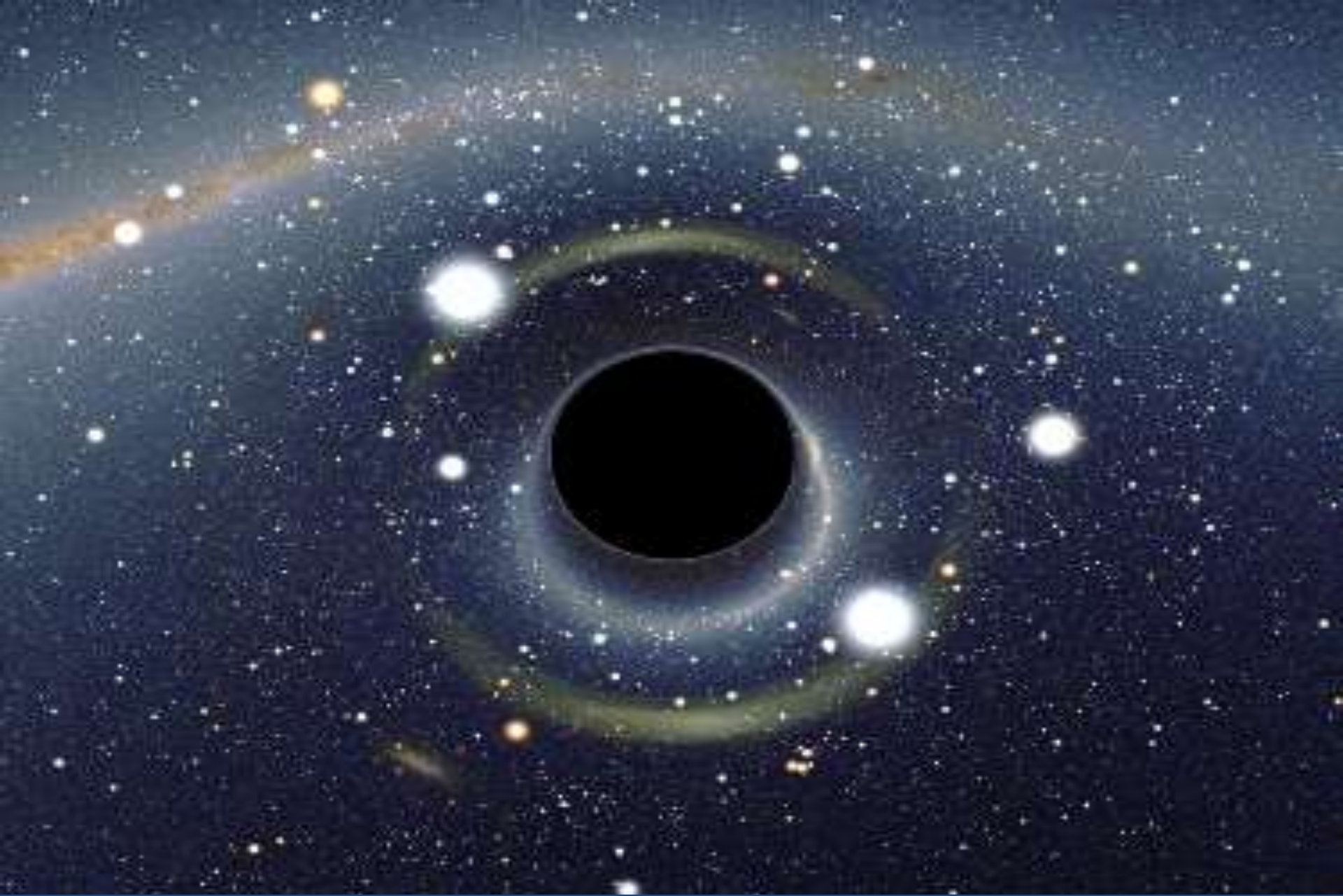
- Vznikne-li jádro deuteria z protonu a neutronu, uvolní se energie $3,8 \cdot 10^{-13}$ J.
- Hmotnost jádra je proto rovna pouze 99,87 % součtu hmotností protonu a neutronu mimo jádro.

$$m_{\text{proton}} + m_{\text{neutron}} \succ m_{\text{jádra}}$$

Poznámka

- Pro rychlosti zanedbatelné vůči rychlosti světla přecházejí relativistické vztahy ve vztahy klasické fyziky.





Základy obecné teorie relativity

Obecná teorie relativity (OTR)

- Po svém úspěchu s STR se A. Einstein snažil rozšířit svoji teorii i na soustavy neinerciální, tzn. na ty, které se vůči inerciálním pohybují se zrychlením.
- V těch působí tzv. setrvačné síly (F_s).
- Byl úspěšný a roku 1915 vznikla obecná teorie relativity (OTR).
- Celá OTR stojí a padá s poznatkem, že **setrvačná** a **gravitační** hmotnost jsou si rovny.

Einstein develops new theory of relativity

Professor Albert Einstein of the Kaiser Wilhelm Institute in Berlin has proposed a theory about the nature of time, space and gravity that will dramatically alter mankind's view of the universe if it is accepted. The new theory is an extension of Einstein's Special Theory of Relativity, which he published in 1905, and which gets its name from the thesis that there is no absolute time and absolute space. Instead, all motion is relative, and the rate at which time passes depends on the velocity of a body in motion.

The new General Theory of Relativity alters the view of gravity proposed by Sir Isaac Newton more than two centuries ago. Newton viewed gravity as a force exerted by one body on another. According to Einstein, gravity is a property of space that is induced by the presence of matter. Because the effects predicted by Einstein are subtle and occur only in intense gravitational fields, scientists will not be able to test relativity against Newtonian physics until the war in Europe has ended and peaceful research resumes.



Professor Einstein in Berlin.

Ekvivalence

- Hmotnost setrvačná (m_s) vystupuje v zákonu síly:

$$F = m_s \cdot a$$

- Hmotnost gravitační (m_g) zase v Newtonově gravitačním zákonu:

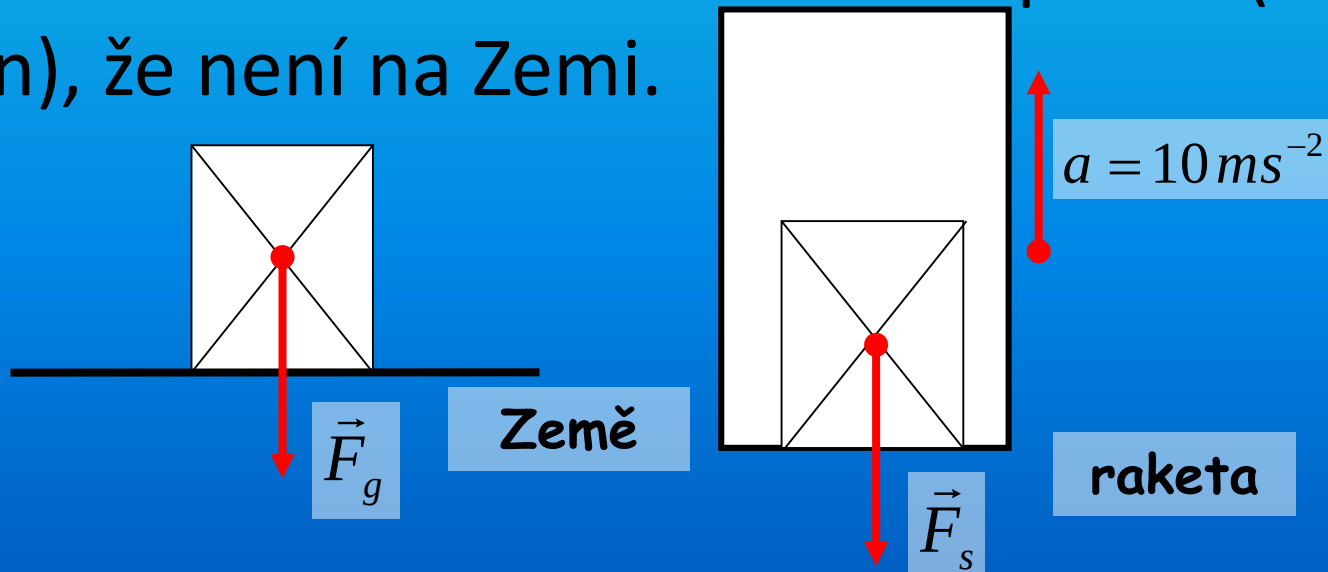
$$F = \kappa \frac{m_g m'_g}{r^2}$$

- Všechna měření dosud provedená ukazují, že obě hmotnosti jsou si přímo úměrné, při vhodné volbě jednotek dokonce stejně velké.

$$m_s = m_g$$

Důsledky OTR

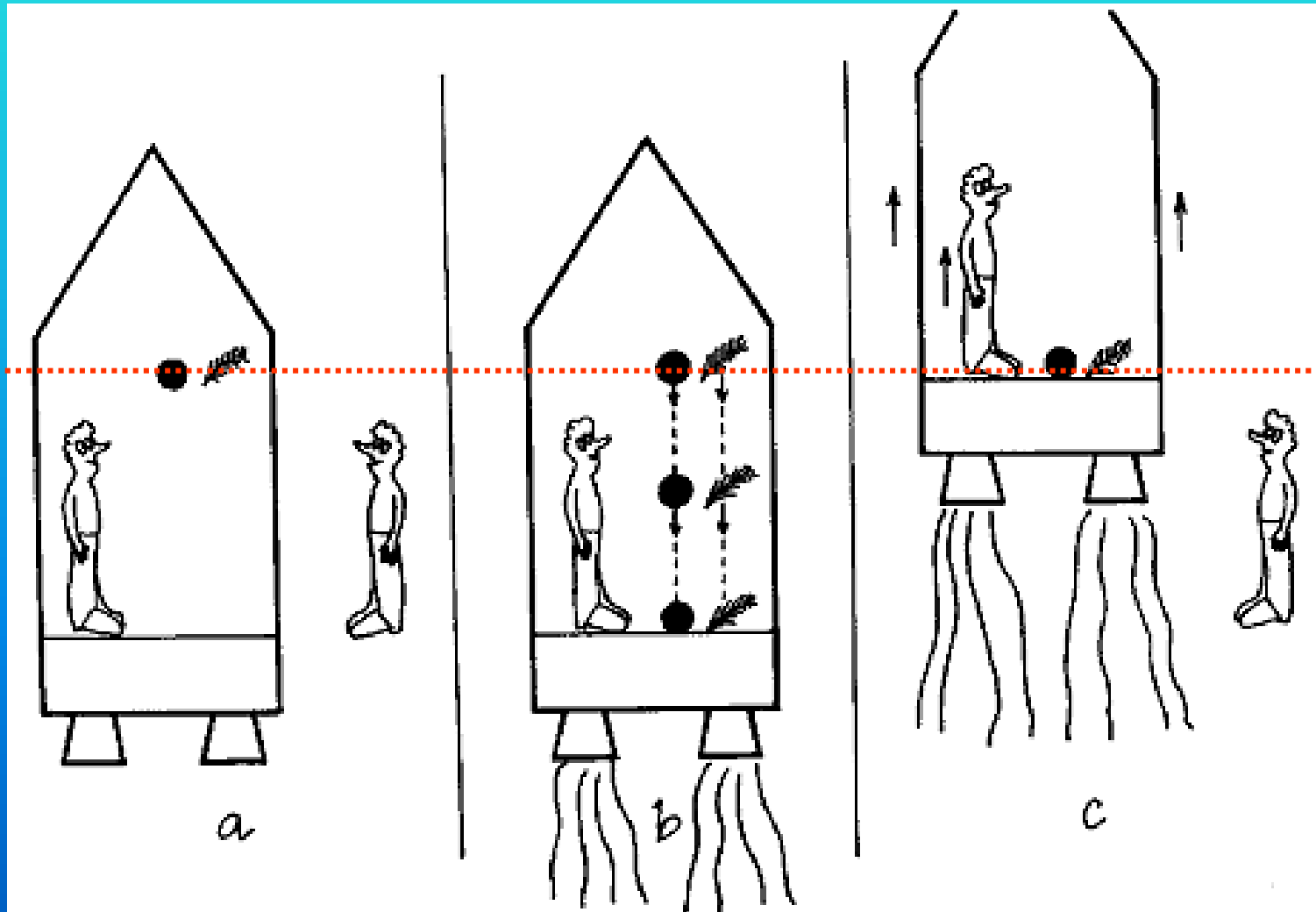
- V důsledku toho padají všechna tělesa v gravitačním poli stejně, tzn. se stejným zrychlením.
- A. Einstein si uvědomil, že proto není možné rozlišit síly setrvačné od sil gravitačních.
- Tzn. pozorovatel v raketě pohybující se se zrychlením $a = 10 \text{ ms}^{-2}$ vůbec nepozná (nevidí-li ven), že není na Zemi.



$$\vec{F}_g = \vec{F}_s$$

Ekvivalence

- To co jeden považuje za gravitaci si vysvětluje druhý pomocí zákona setrvačnosti anebo setrvačných sil.



Ekvivalence

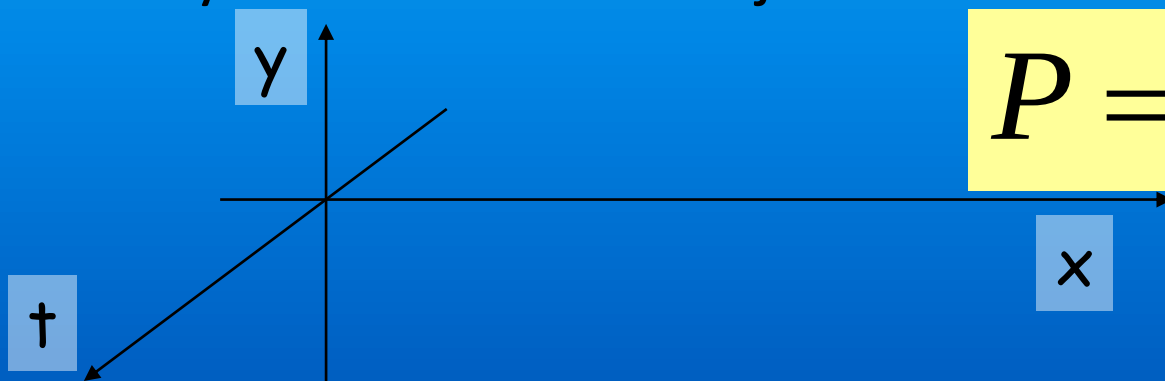
- Rovněž v kabině výtahu padajícího volným pádem je beztížný stav, tzn. jakoby se „vyrušila“ gravitace.
- Síly setrvačné a gravitační tedy musí spolu nějakým způsobem souviset.
- Einsteinova OTR tedy nepopisuje pouze neinerciální soustavy, ale je to zároveň i teorie gravitace stejně jako Newtonova.

Newtonova gravitace

- Newton zavedl představu absolutního, na ničem nezávislého a ničím neovlivnitelného prostoru.
- Rovněž čas je pro něho absolutní, tj. v celém vesmíru plyne stejně a nelze jej zpomalit anebo urychlit.
- Kdyby veškerá hmota z vesmíru zmizela, prostor a čas zůstanou.
- Pohyb družice kolem Země pak klasická Newtonova mechanika vysvětluje pomocí gravitačních sil.



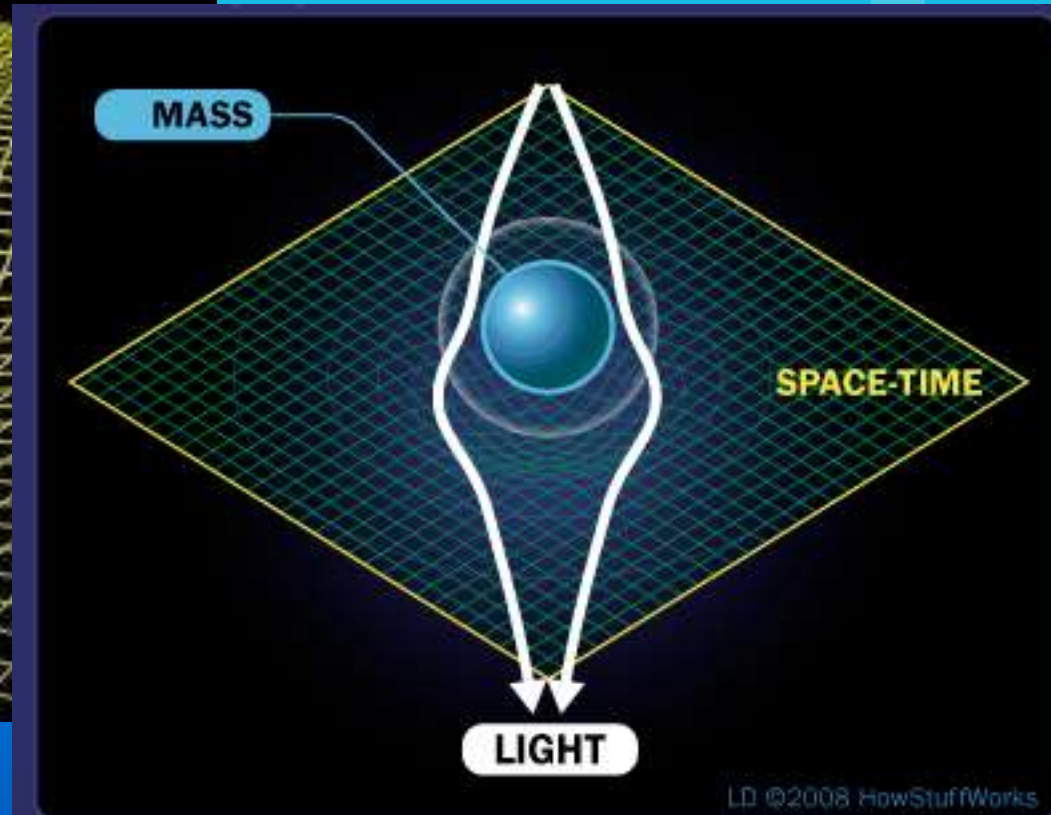
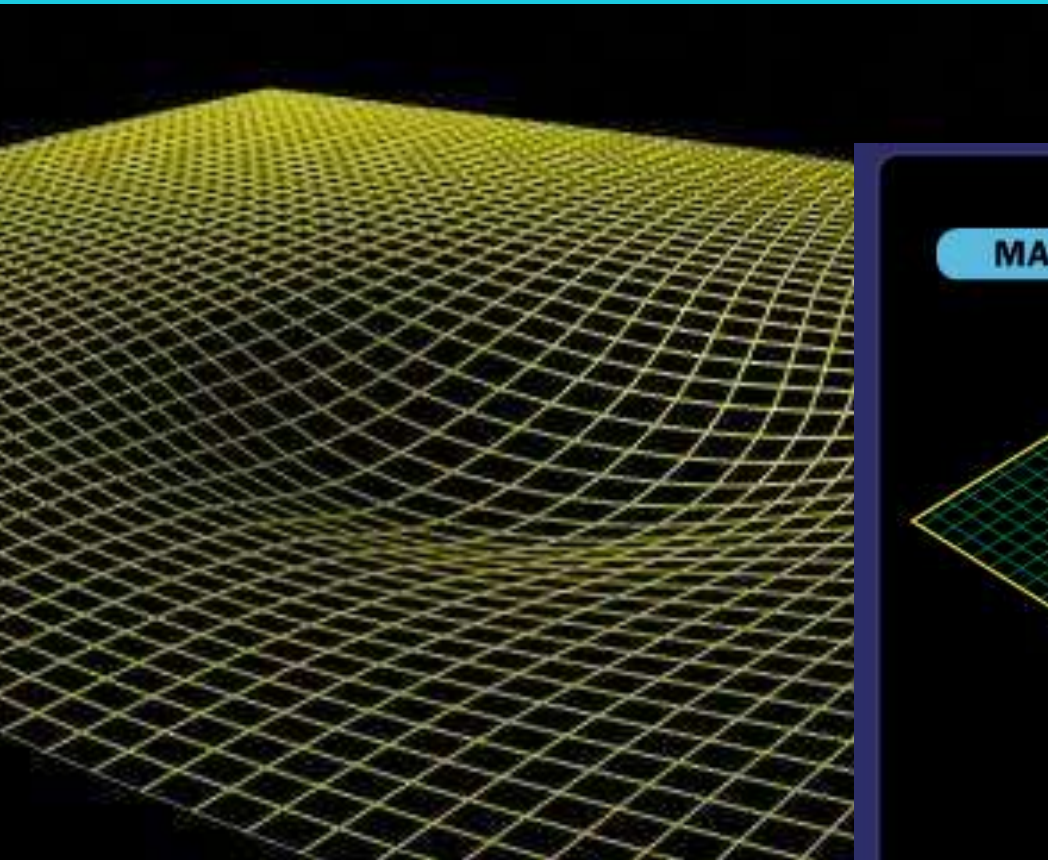
- Einstein však s představou gravitační síly vůbec nepracuje. Zavádí pojem časoprostoru a tvrdí, že se družice kolem Země pohybuje zcela volně, a to tak, aby její dráha mezi dvěma body časoprostoru byla co možná nejkratší, „nejpřímější“.
- Vysvětlení:
 - Tělesa se pohybují prostorem a zároveň časem, tj. časoprostorem.
 - Poloha bodu v časoprostoru je pak určena třemi prostorovými souřadnicemi a jednou časovou.



$$P = [x, y, z, t]$$

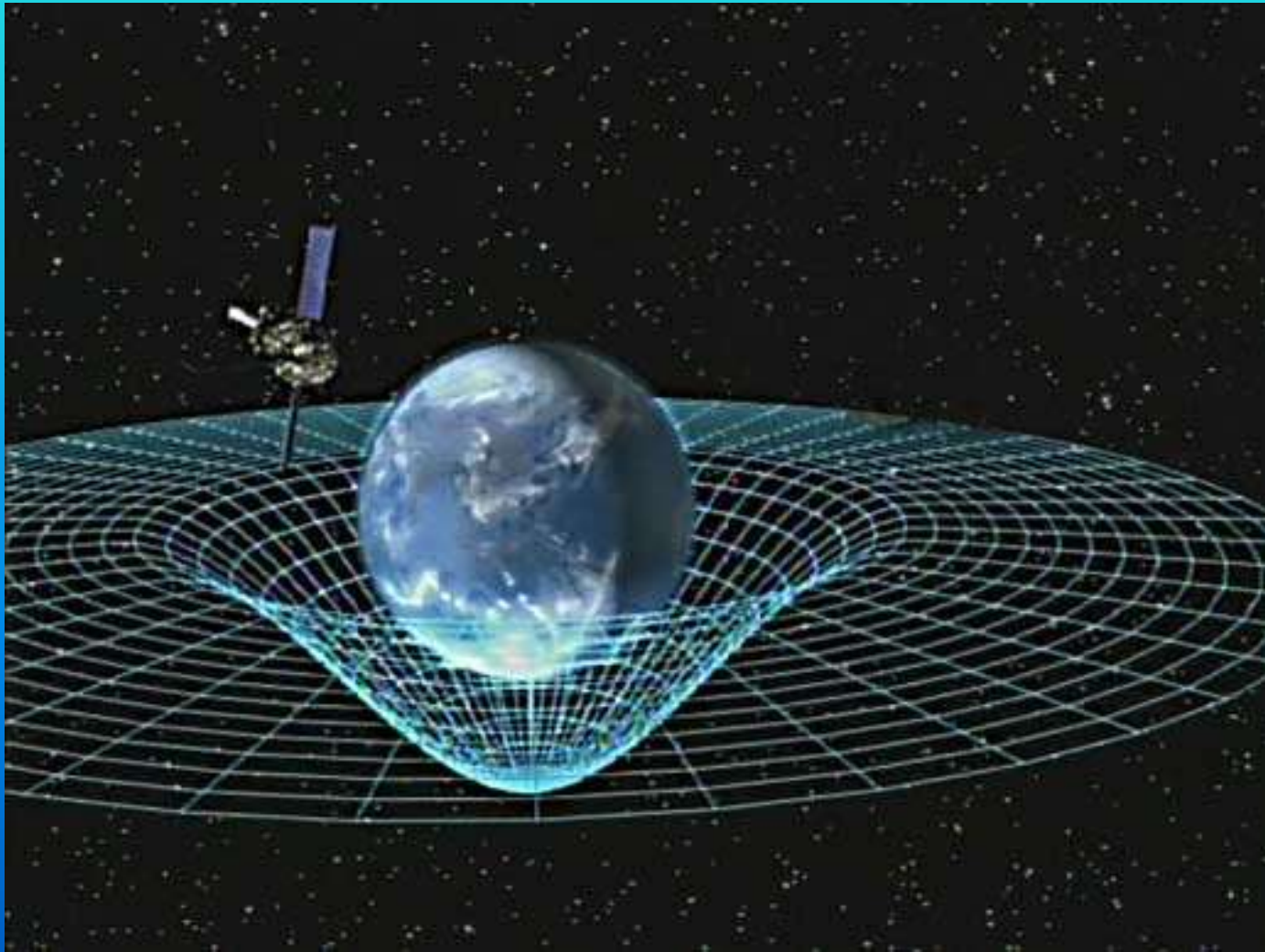
Časoprostor

- Hmotná Země ovšem časoprostor podle Einsteina zakřivuje, takže „přímé“ dráhy v časoprostoru se nám jeví jako křivky v prostoru.



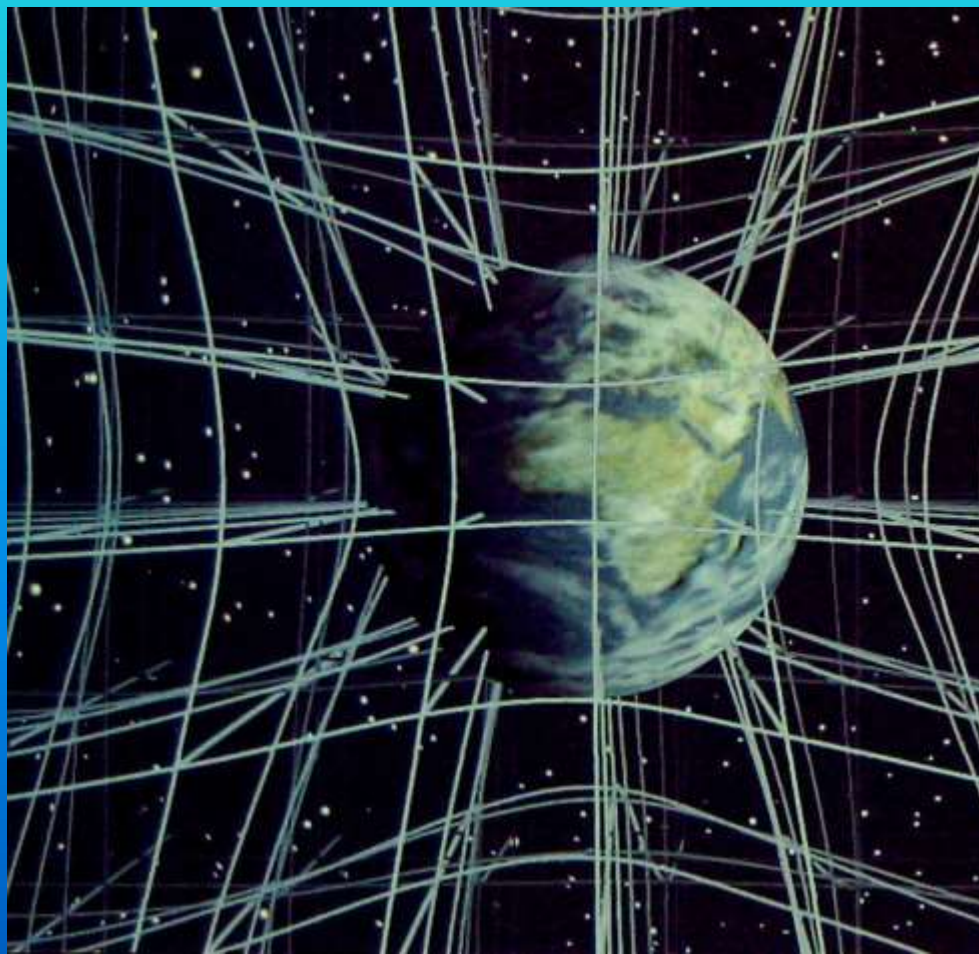
Gravitace

- „Nejpřímější“ dráha družice v časoprostoru pak odpovídá kruhové trajektorii v prostoru.



Gravitace

- To co nazýváme „gravitací“ je tedy pouze projevem zakřivení časoprostoru.



Síly v OTR

- Síly pak vznikají vždy tehdy, když tělesu něco „brání“ volně se pohybovat časoprostorem.
- Pokud těleso leží na Zemi, tak je to právě Země, která mu brání pohybovat se po nejkratší dráze časoprostorem, což vede ke vzniku síly, kterou nazýváme gravitační.
- Rovněž těleso v raketě, letící se zrychlením, je „vychýleno z té nejkratší cesty“, takže vznikají síly setrvačné.
- Jakmile však vrhneme těleso v gravitačním poli Země, volně se pohybuje časoprostorem a žádné síly na něj nepůsobí – je v beztížném stavu.

Prostor a čas

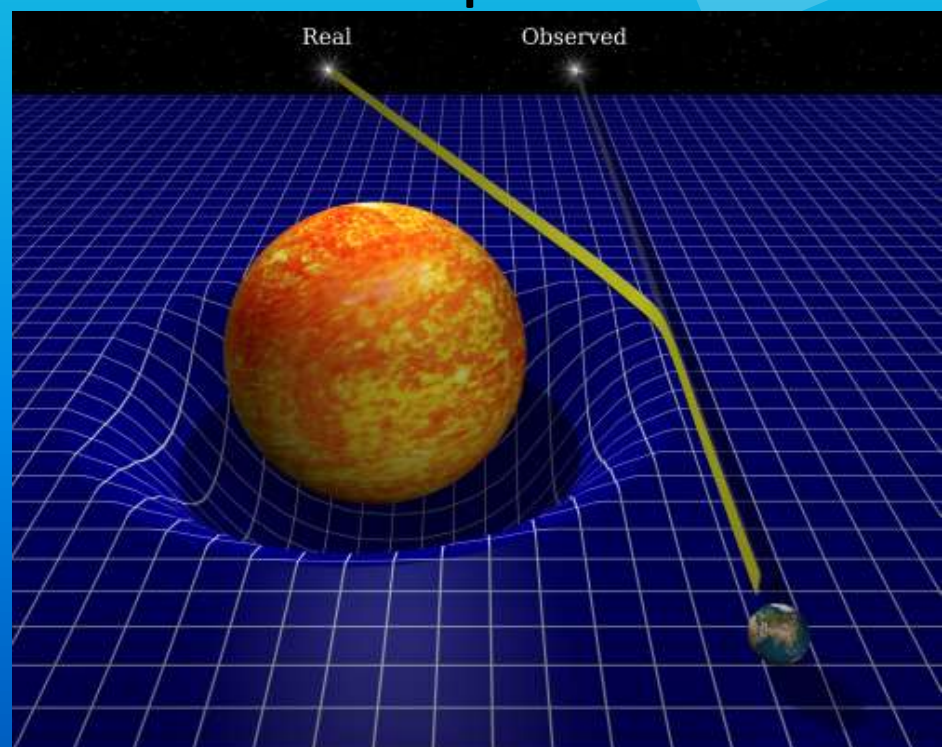
- Hmota tedy zakřivuje prostoročas, tzn. prostor i čas. Prostoročas je pak popsán neeukleidovskou geometrií.
- Zakřivení času spočívá v tom, že v silných gravitačních polích plyne pomaleji než ve slabých.
- Podle Einsteina nejsou prostor a čas již absolutní, neboť jsou formovány hmotou.
- Kdyby např. z vesmíru hmota zmizela, zmizí i prostor a čas.

OTR

- Protože nelze odlišit síly gravitační a setrvačné, dochází ke stejnému efektu i ve zrychlující se raketě.
- Einstein rovněž sestavil rovnice, z nichž ze znalosti rozložení hmoty a hybnosti můžeme vypočítat křivost časoprostoru.
- Známe-li křivost časoprostoru, pak můžeme určit, jak se v něm tělesa budou pohybovat.
- Lze dokázat, že tyto rovnice platí i v silných gravitačních polích např. neutronových hvězd nebo černých děr.
- Newtonova koncepce gravitace pak poskytuje uspokojivé výsledky pouze ve slabých gravitačních polích.

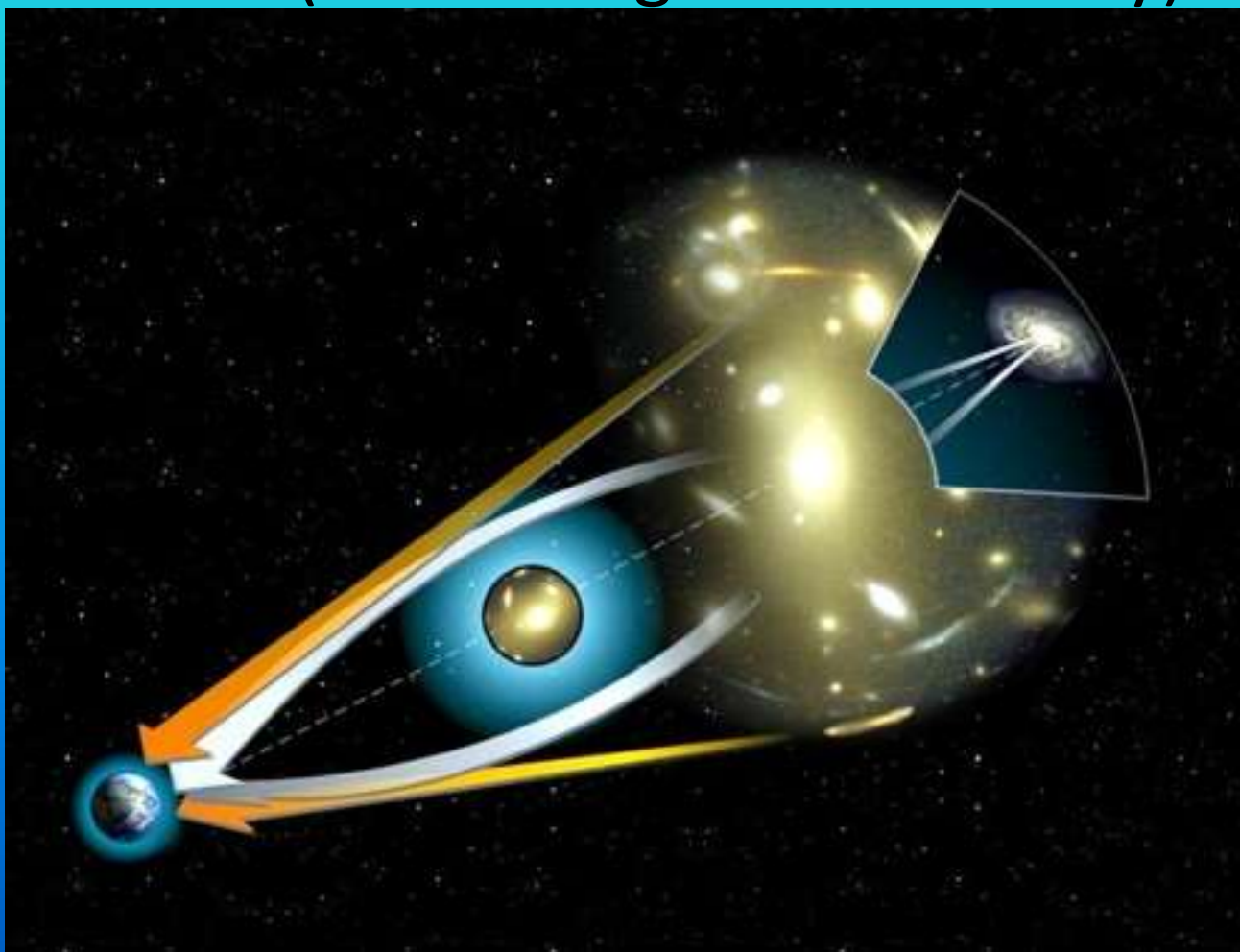
Ověření OTR:

- I světlo se pohybuje časoprostorem po nejkratších drahách.
- Světelný paprsek by se tedy měl v gravitačním poli a ve zrychlujících se soustavách zakřivovat.
- A skutečně bylo zjištěno, že světlo se u povrchu Slunce odchyluje o $1,75''$.



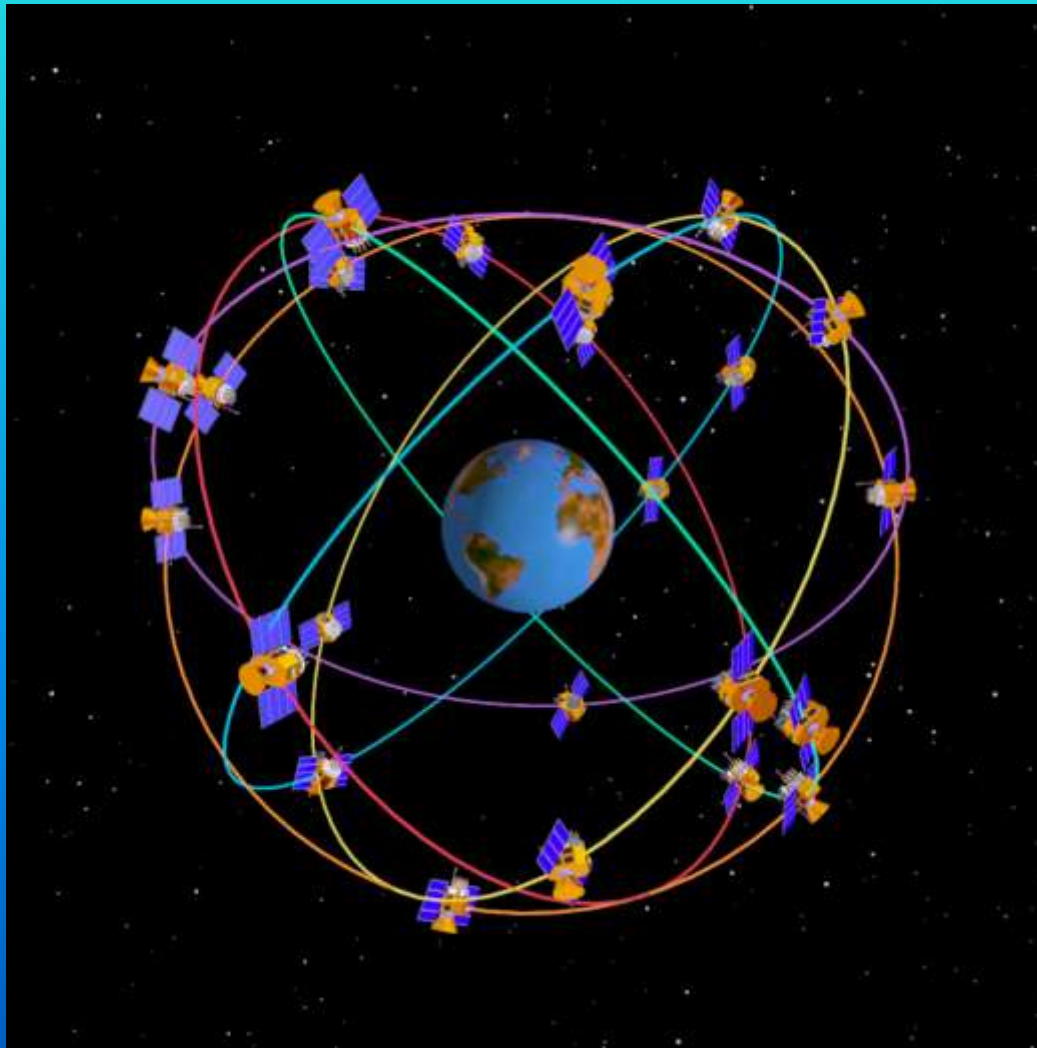
Ověření OTR:

- Velmi hmotné objekty ve vesmíru (skupiny galaxií) vytvářejí „rozplizlé a zprohýbané“ obrazy galaxií ležících za nimi (tzv. efekt gravitační čočky).



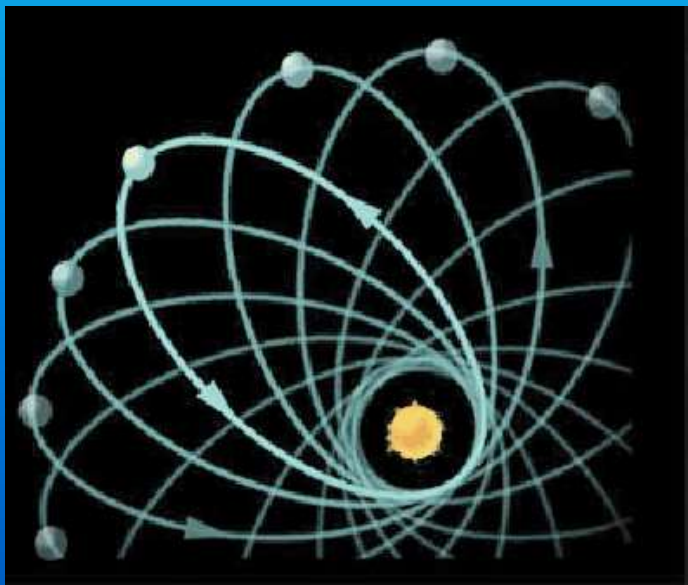
Overění OTR:

- Vliv gravitace na plynutí času se projevuje u systému GPS.



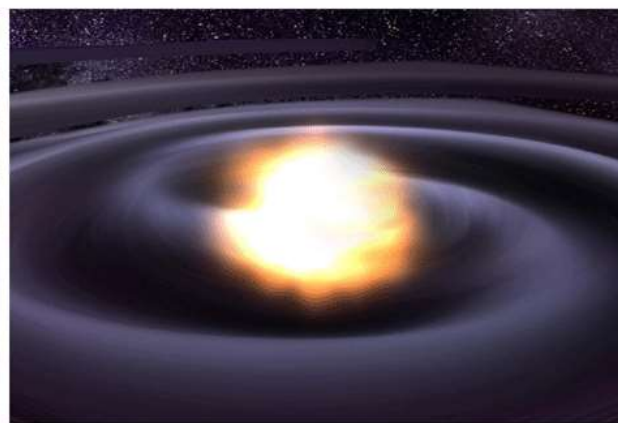
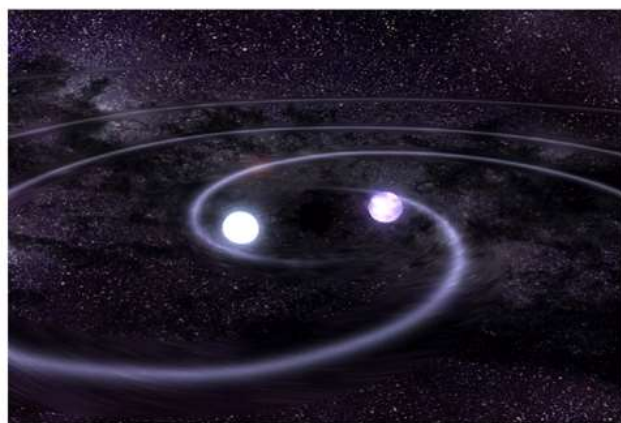
Ověření OTR:

- Atomové hodiny na satelitech pohybujících se ve slabším gravitačním pole jdou rychleji než ty na Zemi. Oprava se provádí jejich továrním nastavením na „nižší rychlost“.
- Newtonova teorie nedokáže vysvětlit stáčení perihélia planety Merkuru (43" za 100 let). Einsteinova však ano.
- Pokud si vezmete atomové hodiny na víkendový výlet do hor, kde je nižší gravitace, a po návratu je porovnáte s těmi, které jste nechali doma, zjistíte časový rozdíl 20 ns.



Gravitační vlny

- Z OTR vyplývá existence gravitačních vln, které by měla vydávat hmotná tělesa pohybující se zrychleně.
- Ve vesmíru jsou to např. dvě kolem sebe rotující masivní černé díry či neutronové hvězdy.



- Protože gravitační vlny odnášejí energii, rychlost rotace systému se zvyšuje.
- Gravitační vlny deformují časoprostor a ten mění rozměry tělesa.

Gravitační vlny



- Jsou však tak slabé, že se je dosud ani nejpřesnějšími optickými metodami nepodařilo detekovat. (Délka několik kilometrů se při jejich průchodu mění o pouhou tisícinu průměru protonu.)



Detekce gravitačních vln

- Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory (LIGO)

